土地市場が存在するもとでのトダロ・パラドックス発生の可能性

井上, 裕一

平成一四年四月一日発行（毎月一日一回発行）

經濟論叢

第169巻　第4号

平成14年4月

京都大學經濟學會

経済論叢（京都大学）第169巻第4号，2002年4月

土地市場が存在するもとでの トダロ・パラドックス発生の可能性

井　上　裕　一

Ⅰ はじめに

開発経済学にとって，農村・都市間の労働移動に関する問題は，多くの注目を浴びてきた。

1970年代，発展途上国は工業化政策を行い，高い経済成長率を記録した。しかし，都市内におけるインフォーマル・セクターは急速に拡大した。よって，都市失業に関する関心は，Harris-Todaro [1970][1] 型の問題，すなわち「なぜ都市失業者が存在するのか？」という問題から，「なぜ，経済発展にも関わらず都市失業が増加するのか？」という問題に移行した。このパラドックスを最初に指摘したのは，Todaro [1976][2] である。

都市のフォーマル・セクターの拡大にも関わらず，インフォーマル・セクターのシェアや人口が増加する現象は，Todaro paradox と呼ばれる。これまで，数多くの研究者が Todaro paradox についての研究を行ってきた。代表的なものに，Arellano [1981] や Blomqvist [1978]・Takagi [1984] があげられるが，これらの研究はあくまで Harris-Todaro モデルのフレームワークのもとで，労働市場に関する問題のみを扱ったものである。

農村・都市の労働移動に関する問題は非常に大きな関心をひいてきたにも関

1) これ以降，彼らのモデルを Harris-Todaro モデルと呼ぶ。
2) これ以降，このモデルを Todaro モデルと呼ぶ。

わらず，空間的要素はほとんど無視されてきた。その意味で，Harris-Todaro モデルに土地市場を導入した Brueckner-Zenou [1999] は，画期的な論文である[3]。

本論文では，農村・都市間の労働移動における土地市場の重要性を考慮し，Brueckner-Zenou [1999] が行ったように Harris-Todaro モデルに土地市場を導入し，いかなる条件のもとで Todaro paradox が発生するのかを示す。

ただし，以下でしめすように，われわれの論文の結果は Harris-Todaro モデルや Brueckner-Zenou モデルとは異なっている。Brueckner-Zenou モデルにおいては，Todaro paradox は決して発生しない。さらに，Harris-Todaro モデルにおいては，都市失業率は常に一定である。しかし，われわれのモデルでは，都市のフォーマル・セクターが十分小さいときは Todaro paradox が発生する。これは，Todaro [1976] や Takagi [1984] に基づいて，Brueckner-Zenou モデルを動学的に拡張したことによる。

本論文の構成は，次のとおりである。第II節では，Brueckner-Zenou モデルに関する議論を行う。第III節では，Brueckner-Zenou モデルの動学的拡張を行う。第IV節では，新たなモデルの分析を行い，土地市場が存在するにも関わらず Todaro paradox が起こりうることを示す。最後に，第V節でまとめをおこなう。

II　Brueckner-Zenou モデルにおける Todaro paradox

Todaro paradox という用語は，都市失業「率」が増加する現象に用いられる場合もあれば，都市失業者「数」が増加する現象に用いられる場合もある。しかしこれ以降，Todaro paradox という用語を，「都市のフォーマル・セクターの拡大にも関わらず，インフォーマル・セクターの都市人口に占めるシェ

3)　農村・都市労働移動モデルに土地市場を最初に導入したのは Nakagome [1989] であるが，Brueckner-Zenou [1999] が指摘するように，Nakagome モデルは，都市の経済主体が「実現された」所得ではなく，期待所得によって行動するという欠点を持っている。

アが増加する現象」であると厳密に定義する。

Brueckner-Zenou [1999] は，農村・都市労働移動モデルに土地市場を導入した点で，画期的である。彼らは，土地市場を導入した Harris-Todaro モデルでは，Todaro paradox は決して発生しないということを示した。しかしこの命題は，以下の理由が示すようにそれほど驚くべきものではない。

よく知られた Harris-Todaro の労働移動均衡条件は，以下の通りである。

$$\frac{N_F}{N_F+N_I}w_F+\frac{N_I}{N_F+N_I}w_I=w_A \tag{1}$$

ここで，添え字 F, I, A は，それぞれ，フォーマル・セクター，インフォーマル・セクター，農業セクターを示す。N_j は人口規模であり，w_j は j セクターにおける賃金を示す。各セクターの賃金率は外生的に固定されており，$w_F>w_A>w_I$ が常に成立すると仮定する。(1)の左辺は都市の期待賃金率を示し，(1)の右辺は農村での賃金率を示す。よって，この均衡条件では農村・都市労働移動は発生しない。

(1)を書き換えて，

$$p\equiv\frac{N_F}{N_F+N_I}=\frac{w_A-w_I}{w_F-w_I}$$

ここで，p は都市のフォーマル・セクターの雇用シェアを示す。よって，都市失業率 γ は，

$$\gamma=1-p$$

各セクターにおける賃金率は固定されていると仮定しているので，p は常に一定である。よって，N_F が拡大しても γ も常に一定となる。以上より，Harris-Todaro モデルでは Todaro paradox が発生しないことが示された。農村・都市労働移動は，空間的現象であるにも関わらず，これまで空間的要素はほとんど無視されてきた。その点で，Harris-Todaro モデルに土地市場を導入するという Brueckner-Zenou [1999] のアイデアは注目に値する。しかし，都市地域における人口増加は，混雑を引き起こし地価を上昇させる。よって，農村・都

市労働移動モデルに土地市場を導入しても，それが人口流入を制約することは明らかである。Brueckner-Zenou [1999] の結論が，それほど驚くべきではないのはこうした理由による。

しかし，Todaro paradox は，Todaro によって第三世界で現実に観察されたものである。よって，Todaro [1976] の精神にたてば，土地市場があるにもかかわらず，いかにして Todaro paradox が発生しうるのかを考察する必要があるだろう。以上のことを考慮し，われわれは，二つのタイプの労働移動モデル，すなわち Todaro [1976]，Takagi [1984] による動学的モデルと Brueckner-Zenou [1999] による都市空間を導入したモデルを融合し，新たなモデルを提示する。

III　モ　デ　ル

生産部門　各期 t において，三つのタイプの労働者がこのモデルには存在する。すなわち，都市におけるフォーマル部門労働者 $N_F(t)$ とインフォーマル部門労働者 $N_I(t)$，さらに農業部門労働者 $N_A(t)$ である。

フォーマル・セクターの生産関数は，$Y_F(N, K)$ であり新古典派的である。さらに，所与のフォーマル・セクターの賃金率のもとで，以下の関係が成立する。

$$\frac{\partial Y_F(N_F, K(t))}{\partial N_F} = w_F \tag{2}$$

ここで，$K(t)$ は資本であり，外生的に与えられると仮定される。そして，K は時間を通じて増加すると仮定する。フォーマル・セクターの賃金 w_F は，最低賃金法により固定されている。よって，$N=N_F(t)$ は(2)によって一意に決定され，N_F の増加は，$K(t)$ によってのみ起こる[4]。

インフォーマル・セクターは，収穫一定の技術で労働のみを投入物として生産を行う。よって，賃金 w_I は労働の限界生産物に等しい。

4)　この論文では，「経済成長」は外生的な K の増加を示す。

農業セクターでは，農民の賃金 w_A は外生的に与えられ，常に一定であるとする。

三つのセクターの賃金の間には，以下の関係が常に成立すると仮定する。

$$w_F > w_A > w_I \tag{3}$$

Todaro [1976] -Takagi [1984] に基づいた key equation　t 期の最初に，フォーマル・セクターの拡大が農村・都市労働移動を誘発する。しかし，全ての移民がフォーマル・セクターで就職できるわけではなく，移民の一部は，次の $t+1$ 期にインフォーマル・セクターで働くことになる。簡単化のために，インフォーマル部門労働者と新たな移民からのフォーマル・セクターへの選抜は，t 期の終わりのみに起こると仮定する。よって，われわれは，以下のような式を得る。

$$N_I(t+1) = N_I(t) + M(t) - F(t) \tag{4}$$

$$J(t+1) - J(t) + G(t) \tag{5}$$

ここで，$M(t)$ は t 期における移民であり，$F(t)$ は t の終わりにフォーマル・セクターへ雇用された労働者数を指す。$J(t+1)$ と $J(t)$ は，それぞれ $t+1$ 期と t 期のフォーマル・セクターにおける雇用である。さらに，$G(t)$ は t 期の終わりに新たに創出されたフォーマル・セクターの雇用を示す。式(4)は，$t+1$ の初めのインフォーマル・セクターの労働者を指す。式(5)は，$t+1$ にフォーマル・セクターで雇用可能な労働者数が，t 期のフォーマル・セクターの雇用数と t 期の終わりに新たに募集されたフォーマル・セクターの雇用に等しいことを示す。よって，上記の式は以下のように書き直すことができる。

$$N_I(t+1) = N_I(t) + M(t) - p(t+1)[N_I(t) + M(t)] \tag{6}$$

$$J(t+1) = J(t) + (g+\mu)N_F(t) \tag{7}$$

ここで，$p(t+1)$ は t 期の終わりにフォーマル・セクターに雇用される確率，すなわち，$t+1$ の初めにフォーマル・セクターで働き始めることのできる確立を指す。$0<\mu<1$ は，t 期におけるフォーマル・セクターからの退職率であ

り，$g>0$ は，t 期におけるフォーマル・セクターの成長率を示す。

t 期の終わりにフォーマル・セクターで雇用される労働者数と，t 期の終わりにフォーマル・セクターで募集される労働者数が等しいことから，以下の式を得る。

$$p(t+1)[N_I(t)+M(t)]=(g+\mu)N_F(t) \tag{8}$$

(8)を(6)に代入して，

$$N_I(t+1)=N_I(t)+M(t)-(g+\mu)N_F(t) \tag{9}$$

これがわれわれのモデルの Todaro [1976] と Takagi [1984] に基づいた key equation である。$M(t)$ を内生的に決定するために，われわれは，移民が都市の期待効用と農村の効用とが等しくなるまで続くと仮定する。すなわち，

$$p(t+1)u_F(t+1)+[1-p(t+1)]u_I(t+1)=u_A \tag{10}$$

ここで，$u_F(t+1)$, $u_I(t+1)$, u_A は，$t+1$ 期の初めの効用である。

Brueckner-Zenou [1999] に基づいた都市構造　Brueckner-Zenou [1999] と同様に，都市はモノセントリックであり小開放都市であると仮定する。フォーマル・セクターの労働者は CBD に通勤し，インフォーマル・セクターの労働者は CBD の外で生産活動を行う。よって，インフォーマル・セクターの労働者は，ショッピングや求職活動のためだけに CBD に通うため，そのトリップの回数はフォーマル部門の労働者よりも少なくなる。

さらに，全ての都市居住者は1単位の土地を消費すると仮定する（都市構造に関しては，第1図を参照せよ）。

各セクターの労働者の予算制約は以下の通りである。

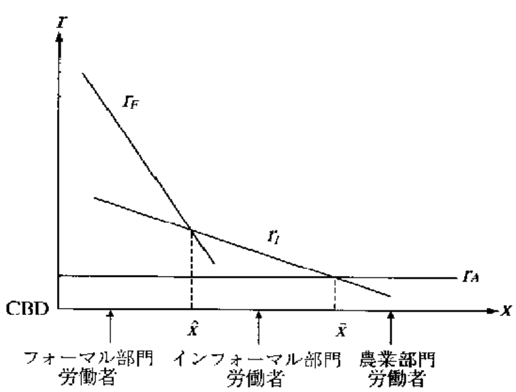
フォーマル部門労働者　$c+r(x)=w_F-\tau x$

インフォーマル部門労働者　$c+r(x)=w_I-\alpha\tau x$

農業部門労働者　$c+r_A=w_A$

ここで，c は合成財の消費水準であり，τ は CBD への限界交通費用である。

第1図



r_A は，農村部における地代であり，一定と仮定される。$r(x)$ は，CBD から x 離れた地点の地代である。Brueckner-Zenou [1999] と同様に，インフォーマル・セクターの労働者は，フォーマル・セクターの労働者よりも CBD へのトリップの回数が少ないため，$c+r(x)=w_I-\alpha\tau x$ の α は，1より小さいと仮定する。

t 期の始めの都市構造は以下の通りである。

$$\hat{x}=N_F(t) \tag{11}$$

$$\bar{x}-\hat{x}=N_I(t) \tag{12}$$

$$w_F-t_F(t)-\tau\hat{x}=w_I-u_I(t)-\alpha\tau\hat{x} \tag{13}$$

$$w_I-u_I(t)-\alpha\tau\bar{x}=r_A \tag{14}$$

(11)－(14) より，t 期の始めの各部門労働者の効用水準は，以下の通りである。

$$u_F(t)=w_F-r_A-\tau[N_F(t)+\alpha N_I(t)] \tag{15}$$

$$u_I(t)=w_I-r_A-\alpha\tau[N_F(t)+N_I(t)] \tag{16}$$

$$u_A=w_A-r_A \tag{17}$$

IV モデルの分析

以上のモデルの設定のもとで，フォーマル・セクターが g の率で拡大し，

解雇や利殖によって，$\mu N_F(t)$ のフォーマル・セクターでの雇用が生じるとする。これにより，$(g+\mu)N_F(t)$ のフォーマル部門の労働者が，t 期の終わりにインフォーマル部門の労働者（$=N_I(t)$）と新たな移民（$=M(t)$）から選抜される。(9)より，$t+1$ 期の終わりの各部門の効用水準は，以下の通りである。

$$\begin{aligned} u_F(t+1) &= w_F - r_A - \tau[(1+g)N_F(t) + \alpha N_I(t+1)] \\ &= w_F - r_A - \tau\{(1+g)N_F(t) + \alpha[N_I(t) + M(t) \\ &\quad -(g+\mu)N_F(t)]\} \end{aligned} \tag{18}$$

$$u_I(t+1) = w_I - r_A - \tau[(1-\mu)N_F(t) + N_I(t) + M(t) \tag{19}$$

仮定より，$u_A = w_A - r_A$ は一定である。

都市の経済成長により誘発された新たな移民は，均衡条件(10)が満たされるまで流入し続ける。

(10)ならびに(18)・(19)より，

$$p(t+1) = \frac{w_A - w_I + \alpha\tau[(1-\mu)N_F(t) + N_I(t) + M(t)]}{w_F - w_I - \tau(1-\alpha)(1+g)N_F(t)} \tag{20}$$

$N_I(t) + M(t) > 0$ と $w_F > w_A > w_I \cdot p(t+1) > 0$ を考慮すると，

$$w_A - w_I + \alpha\tau[(1-\mu)N_F(t) + N_I(t) + M(t)] > w_A - w_I > 0 \tag{21}$$

$$0 < w_F - w_I - \tau(1-\alpha)(1+g)N_F(t) < w_F - w_I \tag{22}$$

が成立するため，以下の不等式が成り立つ。

$$(0<)\ \frac{w_A - w_I}{w_F - w_I} < p(t+1) < 1 \tag{23}$$

さらに $p(t+1)$ は，以下の二次方程式の解であることが示される。(8)と(20)より，

$$\begin{aligned} \chi \equiv\ & [p(t+1)]^2[w_F - w_I - \tau(1-\alpha)(1+g)N_F(t)] - p(t+1) \\ & [w_A - w_I - \alpha\tau(1-\mu)N_E(t)] - \alpha\tau(g+\mu)N_F(t) = 0 \end{aligned} \tag{24}$$

$p(t+1)=0$ のとき，$\chi = -\alpha\tau(g+\mu)N_F(t) < 0$ である。すなわち，(24)は，正と負の二つの解を持つが，経済学的な意味を考慮して正の解のみに注目すればよい。

ここで，簡単化のために $N_F(t)\neq 0$ を仮定する。陰関数の微分則を(24)に用いると，以下の不等式を得る[5]。

$$\frac{\partial p(t+1)}{\partial p}>0, \qquad \frac{\partial p(t+1)}{\partial N_F(t)}>0 \tag{25}$$

都市失業率　(9)を用いると，都市失業率 $\gamma(t+1)$ は，以下のようになる。

$$\gamma(t+1)=\frac{N_I(t+1)}{N_F(t+1)+N_I(t+1)} \tag{26}$$

$$=\frac{N_I(t)+M(t)-(g+\mu)N_F(t)}{N_I(t)+M(t)-(g+\mu)N_F(t)+(1+g)N_F(t)} \tag{27}$$

(8)より，

$$\gamma(t+1)=\frac{[1-p(t+1)][\mu+g]}{\mu+g+(1-\mu)p(t+1)} \tag{28}$$

を得る。(28)を g で微分して，

$$\frac{\partial\gamma(t+1)}{\partial g}=\frac{[1-p(t+1)]p(t+1)(1-\mu)-\dfrac{\partial g(t+1)}{\partial g}(\mu+g)(1+g)}{\{(\mu+g)+[1-p(t+1)]\}^2} \tag{29}$$

(29)の分母は常に正であるから，Todaro paradox が発生するかどうかは，分子の符号のみに注目すればよい。

(25)かつ $p(t+1)<1$ ならびに $0<\mu<1$ より

$$[1-p(t+1)]p(t+1)(1-\mu)>0 \qquad \frac{\partial p(t+1)}{\partial p}(\mu+g)(1+g)>0$$

よって，Todaro paradox が発生するかどうかは明らかではない。以下の節で，この問題について明らかにする。

フォーマル・セクターの拡大と Todaro paradox　この節では，フォーマル・セクター $N_F(t)$ の変化が，都市失業率にいかなる効果を及ぼすかを調べる。

5)　$\dfrac{\partial\chi}{\partial p(t+1)}>0$ は自明でないかもしれない。証明については，付録の(30)を見よ。

最初に，$N_F(t)$ がとりうる範囲は，以下のようであることが示される。(25)より，(23)で示された $p(t+1)$ の範囲内で，$p(t+1)$ と $N_F(t)$ の間に1対1の対応があることがわかる。このことは，$p(t+1)$ の範囲に対応する形で，$N_F(t)$ に，以下のような上端と下端があることを示している。

$$0<N_F(t)<\overline{N}_F(t)$$

(25)より，$\dfrac{\partial p(t+1)}{\partial N_F(t)}$ の符号は正であるため，$N_F(t)$ が最大値を取るとき，$p(t+1)$ は最大値を取り，$N_F(t)$ が最小値を取るとき，$p(t+1)$ は最小値を取る。すなわち，以下の式が成立する。

$$\lim_{N_F(t)\to 0} p(t+1)=\frac{w_A-w_I}{w_F-w_I},\qquad \lim_{N_F(t)\to \overline{N}_F(t)} p(t+1)=1$$

- もし $p(t+1)=\lim_{N_F(t)\to 0} p(t+1)$ ならば，w_A, w_I, w_F が仮定により一定とされているため，$\dfrac{\partial p(t+1)}{\partial g}=0$ が成立する。よって，(29)の分子は正であり，Todaro paradox が発生することになる。
- もし $p(t+1)=\lim_{N_F(t)\to \overline{N}_F(t)} p(t+1)=1$ ならば，都市失業率は減少する。このことは，以下のようにして示される。$p(t+1)=1$ を(24)に代入すると次式を得る。

  $$\overline{N}_F(t)=\frac{w_F-w_A}{\tau(1+g)}$$

  この点では，$[1-p(t+1)]p(t+1)(1-\mu)=0$ が成立する。さらに，(25)より，$\dfrac{\partial p(t+1)}{\partial g}>0$ が成立する。

  よって，

  $$[1-p(t+1)]p(t+1)(1-\mu)=0<\frac{\partial p(t+1)}{\partial g}(\mu+g)(1+g)$$

  を得る。すなわち，(29)の分子は負である。このことは，都市失業率が減少していることを意味する。

次に，$\Phi=\Phi(p(t+1))$ を以下のように定義する。

$$\Phi(p(t+1))\equiv[1-p(t+1)]p(t+1)(1-\mu)-\frac{\partial p(t+1)}{\partial g}(\mu+g)(1+g)$$

われわれは，すでに $0<N_F(t)<\overline{N}_F(t)$ の範囲において，$\Phi(N_F(t))=0$ の解 $N_F^*(t)$ が一つしか存在しないことを証明している（証明については，付録を参照せよ）。このことと，先ほどの端点についての議論を考慮すれば，以下のような命題を得る。

命題 1 $0<N_F(t)<N_F^*(t)$ の間では，常に Todaro paradox が発生し，$N_F^*(t)<N_F(t)<\overline{N}_F(t)$ の間では，Todaro paradox が発生しない唯一の $N_F^*(t)$ が存在する。

すなわち，フォーマル・セクターの拡大によって誘発された都市への移民による効果は，(i) フォーマル・セクターが十分小さいときは，都市失業率を増大させ，一方，(ii) フォーマル・セクターが十分大きいときは，都市失業率を減少させる。

V 結　語

われわれは，都市への移民が増加したときに，都市失業率が増加するか減少するかは，フォーマル・セクターのサイズに依存することを示した[6]。

農村・都市労働移動の研究において，土地市場を含めた研究はほとんどなされてこなかった。われわれは，本研究が農村・都市労働移動における土地市場の役割を理解するための一助になると考える。もちろん，本研究でのモデルはあくまで理論的なものにすぎない。今後の実証的な研究が望まれる。

---

6) たとえばソウルでは，第二次大戦直後，都市人口は100万人程度であった。しかし，現在では人口は2000万人にまで増加している。これは，世界の都市においても最も高い人口増加率である。ソウルは，成長の初期段階で数多くの都市問題に直面した。そのうちの一つが，インフォーマル・セクターの拡大であり，無数のスラムが形成された。しかし，現在ではそのほとんどが消滅している。これらのことを考慮すれば，現在のソウルの人口は，ほほ臨界状態にあるといえる。バンコクも同様に，戦後急激な人口増加を経験した都市である。しかし，現在の人口は，500万人にすぎない。ソウルと比較して，バンコクの人口はまだ臨界状態に達していないと考えられる。実際，現在においても，バンコクの経済成長は都市への人口流入を促し，インフォーマル・セクターは拡大し続けている。

付録

$0<N_F(t)<\bar{N}_F(t)$ の範囲内に，$\Phi(N_F(t))=0$ を満たす解が唯一存在することの証明

(24)を $p(t+1)$ で微分して，

$$\frac{\partial \chi}{\partial p(t+1)}=2p(t+1)[w_F-w_I-\tau(1-\alpha)(1+g)N_F(t)] -[w_A-w_I+\alpha\tau(1-\mu)N_F(t)]=2p(t+1)A-B>0 \qquad (30)$$

ここで，A, B は定数であり，(21)と(22)より $A>0, B>0$ を満たす。そして(23)より，$2p(t+1)A-B>0$ が証明される。さらに，

$$\frac{\partial \chi}{\partial p}=-[p(t+1)]^2(1-\alpha)\tau N_F(t)-\alpha\tau N_F(t)\equiv-[p(t+1)]^2C-D<0 \quad (31)$$

が成立する。ここで，C と D は正の定数である。

次に，以下の議論のために Φ が $p(t+1)$ の関数であると定義し，$\Phi(p(t+1))=0$ の解の存在を証明する。関数 $\Phi=\Phi(p(t+1))$ は，以下のように定義される。

$$\begin{aligned}\Phi(p(t+1))&\equiv[1-p(t+1)]p(t+1)(1-\mu)\\&\quad-\frac{\partial p(t+1)}{\partial g}(\mu+g)(1+g)\\&=[1-p(t+1)]p(t+1)(1-\mu)\\&\quad-\frac{[p(t+1)]^2C+D}{2p(t+1)A-B}(\mu+g)(1+g)=0\end{aligned} \qquad (32)$$

(32)を変形して，関数 $\Gamma=\Gamma(p(t+1))$ を以下のように定義する。

$$\begin{aligned}\Gamma(p(t+1))&\equiv[1-p(t+1)]p(t+1)[2p(t+1)A-B](1-\mu)\\&\quad-\{[p(t+1)]^2C+D\}(1+g)(g+\mu)=0\end{aligned}$$

$2p(t+1)A-B>0$ より，

$$\Gamma(p(t+1))=0 \rightleftarrows \Phi(p(t+1))=0$$

よって，解の存在については，$\Phi(p(t+1))=0$ を調べても $\Gamma(p(t+1))=0$ を調べても同じである。

ここで，われわれは，関数 $\Gamma=\Gamma(p(t+1))$ の形状を調べる。$\Gamma(p(t+1))=0$ は，$p(t+1)$ についての3次関数であり，第1項の符号は負である。そして，$\Gamma=\Gamma(p(t+1))$ は，以下の不等式を満たす。

$$\Gamma(1)=-(C+D)(1+g)(g+\mu)<0$$

$$\Gamma(0)=-D(1+g)(g+\mu)<0$$

さらに，$\Gamma(p(t+1))$ を微分して，

$$\begin{aligned}\Gamma'(p(t+1))&=-6(1-\mu)A[p(t+1)]^2\\&\quad-[2(1+g)(g+\mu)C+4(1-\mu)A]p(t+1)+3B(1-\mu)\end{aligned}$$

$$\equiv -6(1-\mu)A[p(t+1)+E]^2+F$$

ここで E, F は，正の定数である。(23)より，われわれは以下の式を得る。

$$0<2p(t+1)A-B<2A-B$$

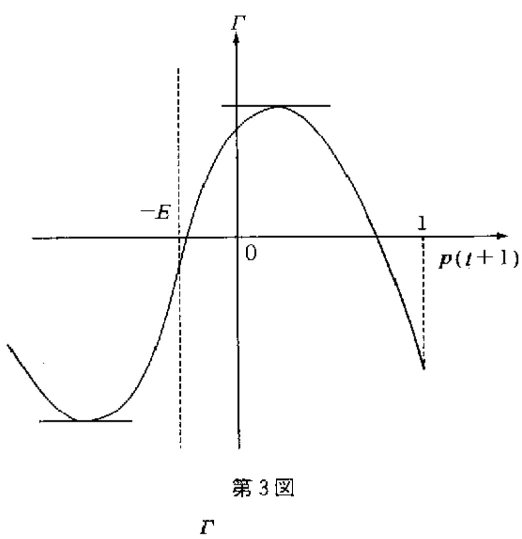
よって，以下の式が成立する。

$$\Gamma'(1)=-3(1-\mu)(2A-B)-[2(1+g)(g+\mu)C+4(1-\mu)A]<0$$

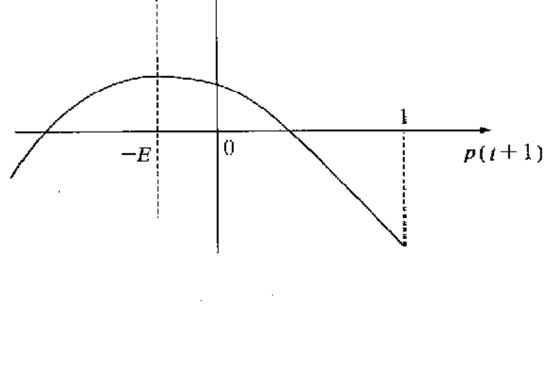
$$\Gamma'(0)=3B(1-\mu)>0$$

以上の結果を考慮して，第2図・第3図の二つのグラフを得る。

第2図



第3図



関数 $\Gamma=\Gamma(p(t+1))$ は，$\frac{w_A-w_I}{w_F-w_I}<p(t+1)<1$ の範囲で，最初に増加し後に減少に転じる

ここで，Γ を $N_F(t)$ で微分すると，

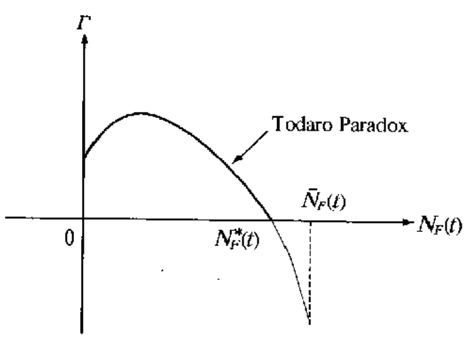
$$\frac{\partial\Gamma}{\partial N_F(t)}=\frac{\partial\Gamma}{\partial N_F(t)}\bigg|_{p(t+1)=\text{const.}}+\frac{\partial\Gamma}{\partial p(t+1)}\partial p(t+1)\partial N_F(t)$$

ここで，以下の式が成立する。

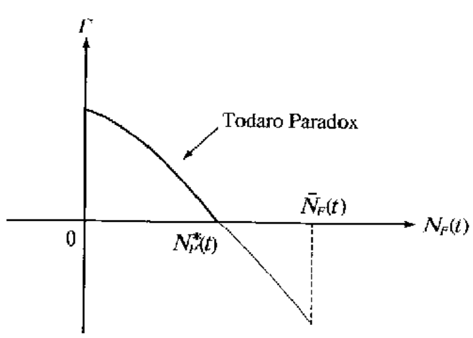
$$\frac{\partial\Gamma}{\partial N_F(t)}\bigg|_{p(t+1)=\text{const.}}=-2p(t+1)(1-\alpha)(1+g)\tau-\alpha(1-\mu)\tau$$
$$-(1+g)(g+\mu)\{[p(t+1)]^2(1-\alpha)\tau+\alpha\tau\}<0$$

先に証明した通り，$\frac{\partial\Gamma}{\partial p(t+1)}$ の符号は，最初は正であり後に負に転じる。さらに，(25)より，$\frac{\partial p(t+1)}{\partial N_F(t)}>0$ が成立する。

第4図



第5図



以上の結果から，Γ と $N_F(t)$ は，第4図・第5図のいずれかの関係を満たす。

どちらのグラフが成立するかどうかは，他のパラメーターに依存する。しかし，いずれのケースにおいても，$\Gamma(N_F(t))=0$ の解は，$0<N_F(t)<\overline{N}_F(t)$ の範囲内で唯一存在する。よって，$0<N_F(t)<\overline{N}_F(t)$ の範囲内で，$\Phi(N_F(t)^*)=0$ を満たす解がただ一つしか存在しないことが証明された。

参考文献

Arellano, J. [1981] "Do More Jobs in the Modern Sector Increase Urban Unemployment?," *Journal of Development Economics*, 8, pp. 241-247.

Blomqvist, A. G. [1978] "Urban Job Creation and Unemployment in LDCs: Todaro vs. Harris-Todaro," *Journal of Development Economics*, 5, pp. 3-18.

Brueckner, J. K. and Zenou, Y. [1999] "Harris-Todaro Models with a Land Market," *Regional Science and Urban Economics*, 29, pp. 317-339.

Harris, J. R., and M. P. Todaro [1970] "Migration, Unemployment and Development: A Two-Sector Analysis," *American Economic Review*, 60, pp. 126-142.

Nakagome, M. [1989] "Urban Unemployment and the Spatial Structure of Labor Markets: An Examination of the "Todaro Paradox" in a Spatial Context," *Journal of Regional Science*, 29, pp. 161-170.

Takagi, Y. [1984] "The Migration Function and the Todaro Paradox," *Regional Science and Urban Economics*, 14, pp. 219-230.

Todaro, M. P. [1969] "A Model of Labor Migration and Urban Unemployment in Less Developed Countries," *American Economic Review*, 59, pp. 138-148.

Todaro, M. P. [1976] "Urban Job Expansion, Induced Migration and Rising Unemployment: A Reformation and Simplified Empirical Test for LDCs," *Journal of Development Economics*, 3, pp. 211-225.